

TÌM GIỚI HẠN BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY


I. Các phím cần dùng

1. Phím CALC (Solve)

-Phím CALC trong máy tính Casio có chức năng là gán giá trị, là một trong những tính năng hay của máy.



Ví dụ: Nhập biểu thức $X+1$ vào máy tính và tính giá trị biểu thức với $x=1$, $x=2$, $x=3$

B1: Ấn Alpha  (để nhập biến x) và +1



B2: Ấn phím CALC máy sẽ hiện X?

B3: Bấm phím 1 rồi ấn '=' ta sẽ thu được kết quả khi thay $x=1$ vào biểu thức



Kết luận : Như ta thấy máy đã thay biến X bằng giá trị 1 nên $X+1$ sẽ được hiểu $1+1=2$. Đến đây bạn đọc có thể hiểu được công dụng của phím CALC và có thể thử thay $x=2$, $x=3$... thậm chí biểu thức phức tạp hơn để hiểu rõ phím. Còn bây giờ chúng ta đi đến phần tính giới hạn.

II. Tìm giới hạn

1. Dạng chứa lũy thừa

VD Hình ảnh về những câu lim dạng lũy thừa:

$$\text{a. } \lim \frac{(-2)^n - 4.5^{n+1}}{2.4^n + 3.5^n}$$

$$\text{b. } \lim \frac{2^n + 3^n - 4^{n+3}}{2^n - 3^{n+1} + 4^{n-1}}$$

$$\text{c. } \lim \frac{2^n - 3^n + 4.5^{n+2}}{2^{n+1} + 3^{n-2} + 5^{n+1}}$$

Vậy để làm những con trên ta phải làm thế nào ?

-Nhập biểu thức vào máy tính

-Ta CALC cho $x = 100$ và ấn '=' máy sẽ cho ra kết quả

2. Dạng $x \rightarrow +\infty$ và $x \rightarrow -\infty$

VD Hình ảnh về những câu lim dạng $x \rightarrow +\infty$ và $x \rightarrow -\infty$:

$$\text{a. } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x + 4}}{x + 2}$$

$$\text{b. } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 2x^2 + x + 4)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^3 + 2x - 2}$$

Vậy để làm những con trên ta phải làm thế nào ?

-Nhập biểu thức vào máy tính

-Vì x ở đây tiến đến âm vô cùng, dương vô cùng là những số vô cùng lớn và vô cùng bé nên ta gán x bằng những số vô cùng hoặc vô cùng bé phím CALC

+ Nếu $x \rightarrow +\infty$, ta bấm CALC rồi nhập 99999999 (Được hiểu như 1 số vô cùng lớn ứng với $+\infty$)

+ Nếu $x \rightarrow -\infty$, ta bấm CALC rồi nhập -99999999 (Được hiểu như 1 số vô cùng bé ứng với $-\infty$)

Lưu ý: Theo kinh nghiệm các bạn chỉ nên nhập khoảng từ 6 đến 7 số 9 thôi vì có nhiều trường hợp nhập quá nhiều số 9 sẽ ra sai kết quả, trường hợp khi đáp án là 0 là nên CALC lại và giảm bớt số 9 đi xuống còn khoảng 4 đến 5 lần để kiểm tra xem đáp án có đúng bằng 0 không, ta sẽ nói kĩ hơn trong ví dụ

3. Dạng $x \rightarrow x_0$; $x \rightarrow x_0^-$; $x \rightarrow x_0^+$

VD Hình ảnh về những câu lim dạng $x \rightarrow x_0$; $x \rightarrow x_0^-$; $x \rightarrow x_0^+$:

a. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9 - x^2}{\sqrt{x+1} - 2}$

b. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{6+x} - \sqrt{4x+3}}$

Vậy để làm những con trên ta phải làm thế nào ?

-Nhập biểu thức vào máy tính

-Vì x ở đây tiến đến 1 số x_0 nhưng không bao giờ $x = x_0$ vì thế ta CALC $x_0 + 0,000000001$ hoặc $x_0 - 0,0000000001$ là những số gần x_0 nhất nhưng không bao giờ bằng x_0

+ Nếu $x \rightarrow x_0$, ta bấm CALC rồi nhập $x_0 + 0,00000001$ hoặc $x_0 - 0,00000001$ đều như nhau

+Nếu $x \rightarrow x_0^+$ là những số lớn hơn x , ta bấm CALC rồi nhập $x_0 + 0,00000001$

+Nếu $x \rightarrow x_0^-$ là những số nhỏ hơn x , ta bấm CALC rồi nhập $x_0 - 0,00000001$

Lưu ý: Cũng như trên ta chỉ nên nhập từ 6 đến 7 số 0 sau dấu phẩy

4. Kết quả hiện thị

-Nếu sau khi CALC máy hiện ra kết quả từ 1 đến 3 chữ số thì đó chính là kết quả chỉ

cần đổi chiều đáp án và khoanh

- Nếu sau khi CALC máy hiện ra kết quả là 1 dãy số dài thì kết quả chính là vô cùng và nhìn dấu để biết đó là + hay dương vô cùng

VD 9898695869586958 là dương vô cùng; -5438938759345 là âm vô cùng
 ,85985445.10³⁴ là dương vô cùng,...

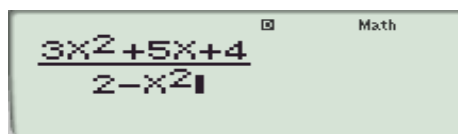
-Nếu sau khi CALC máy hiện ra kết quả có 10 mũ âm thì kết quả là 0

VD 32323.10⁻²⁰=0,0000000000000000032323 là 1 số rất rất bé nên bằng 0

III. Ví dụ minh họa

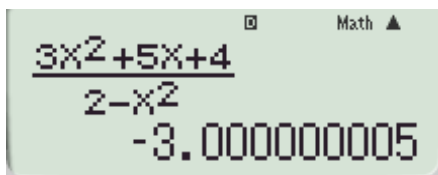
VD1 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 5n + 4}{2 - n^2}$

B1 Nhập biểu thức vào máy tính



Calculator screen showing the input expression: $\frac{3x^2 + 5x + 4}{2 - x^2}$

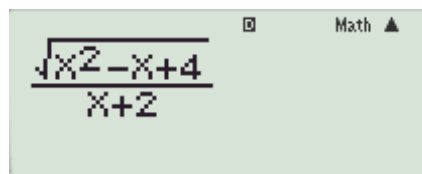
B2 Bấm CALC nhập 9999999 ấn '=' ta được kết quả là -3



Calculator screen showing the result: $\frac{3x^2 + 5x + 4}{2 - x^2} = -3.000000005$

VD2 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x + 4}}{x + 2}$

B1 Nhập biểu thức vào máy tính



Calculator screen showing the input expression: $\frac{\sqrt{x^2 - x + 4}}{x + 2}$

B2 Bấm CALC nhập -
9999999999 ấn '=' ta được
kết quả là -1

$$\frac{\sqrt{x^2 - x + 4}}{x + 2} \rightarrow -1.000000003$$

VD3 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 2x^2 + x + 4)$

B1 Nhập biểu thức vào máy tính

$$x^3 - 2x^2 + x + 4$$

B2 Bấm CALC nhập 9999999999 ấn
'=' ta được kết quả là 1 dãy số rất lớn
nên kết quả sẽ là dương vô cùng đúng
với những gì chúng ta nói ở mục kết
quả hiển thị bên trên

$$x^3 - 2x^2 + x + 4 \rightarrow 9.999999995 \times 10^{29}$$

VD4 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9 - x^2}{\sqrt{x + 1} - 2}$

B1 Nhập biểu thức vào máy tính

$$\frac{9 - x^2}{\sqrt{x + 1} - 2}$$

B2 Bấm CALC nhập
3+0,00000000001 ấn '=' ta được kết
quả là 1 số sấp xỉ 24 vậy đáp án là 24

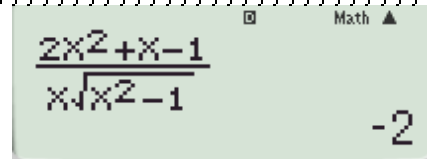
$$\frac{9 - x^2}{\sqrt{x + 1} - 2} \rightarrow -24.00960384$$

VD5 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + x - 1}{x\sqrt{x^2 - 1}}$

B1 Nhập biểu thức vào máy tính

$$\frac{2x^2 + x - 1}{x\sqrt{x^2 - 1}}$$

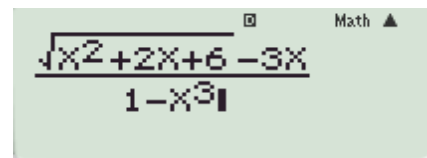
B2 Bấm CALC nhập -9999999999 ấn
'=' ta được kết quả là -2



$$\frac{2x^2 + x - 1}{x\sqrt{x^2 - 1}} = -2$$

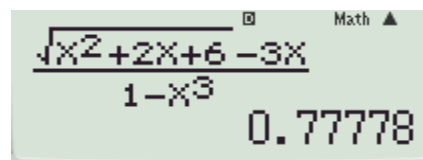
VD6 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 6} - 3x}{1 - x^3}$

B1 Nhập biểu thức vào máy tính



$$\frac{\sqrt{x^2 + 2x + 6} - 3x}{1 - x^3}$$

B2 Bấm CALC nhập
1+0,00000001 hoặc 1-
0,00000001 và ấn '=' ta được kết
quả là -2



$$\frac{\sqrt{x^2 + 2x + 6} - 3x}{1 - x^3} = 0.77778$$

-Đến đây ta có thể đối chiếu đáp án với các phân số đề bài cho bằng cách đổi các phân số ra số thập phân hoặc biến dãy số 0,777778 trên thành 1 phân số bằng cách:

-Nhập phần nguyên trước , bấm dấu



sau đó ấn phím Alpha và phím



rồi nhập chu kì tuần hoàn của dãy số
rồi ấn phím '='



$$0.(7) = \frac{7}{9}$$

Vậy ta đã đổi được số thập phân 0,7777778 thành 7/9 do đó đáp án là 7/9

VD7 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-2)^n - 4.5^{n+1}}{2.4^n + 3.5^n}$

B1 Nhập biểu thức vào máy tính

$$\frac{(-2)^X - 4 \times 5^X + 1}{2 \times 4^X + 3 \times 5^X}$$

B2 Bấm CALC nhập 100 và bấm '=' ta thu được kết quả là -6,66666666

$$\frac{(-2)^X - 4 \times 5^X + 1}{2 \times 4^X + 3 \times 5^X} = -6.666666666$$

B3 Nhập phần nguyên trước là số -6 , bấm dấu



sau đó ấn phím Alpha và phím



rồi nhập chu kì tuần hoàn của dãy số là -6 rồi ấn phím '='

$$-6.(6) = -\frac{20}{3}$$

Vậy kết quả cuối cùng của chúng ta là $-\frac{20}{3}$

VD8 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^n - 4^{n+3}}{2^n - 3^{n+1} + 4^{n-1}}$

B1 Nhập biểu thức vào máy tính

$$\frac{2^X + 3^X - 4^X + 3}{2^X - 3^X + 1 + 4^X - 1}$$

B2 Bấm CALC nhập 100 ấn '=' ta thu được kết quả là -256

$$\frac{2^X + 3^X - 4^X + 3}{2^X - 3^X + 1 + 4^X - 1} = -256$$

VD9 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 3^n + 4 \cdot 5^{n+2}}{2^{n+1} + 3^{n-2} + 5^{n+1}}$

B1 Nhập biểu thức vào máy tính

$$\frac{2x^2 - 3x + 4}{x^3 - x^2 + x - 1}$$

B2 Bấm CALC nhập 100 ấn '='
ta thu được kết quả là 20

$$\frac{2x^2 - 3x + 4}{x^3 - x^2 + x - 1} = 20$$

VD10 $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{|3x+6|}{x+2}$



B1 Trước tiên ta phải nhập giá trị tuyệt đối vào máy bằng cách ấn phím Shift và

B2 Nhập biểu thức vào máy tính

$$\frac{|3x+6|}{x+2}$$

B3 Bấm CALC và nhập -
2+0,00000001 (vì $x > -2$)
ta được kết quả

$$\frac{|3x+6|}{x+2} = 3$$

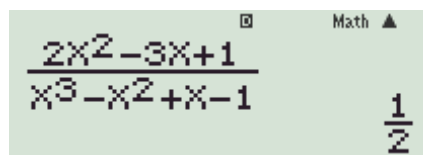
VD11 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 - x^2 + x - 1}$

Cách 1

B1 Nhập biểu thức vào máy tính

$$\frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 - x^2 + x - 1}$$

B2 Bấm CALC và nhập
 $1+0,00000001$ ta được kết quả
 là $\frac{1}{2}$



$$\frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 - x^2 + x - 1} = \frac{1}{2}$$

Cách 2: Quy tắc l'Hôpital

-Dạng chung của quy tắc l'Hôpital bao gồm nhiều trường hợp khác. Giả sử c và L là các số thuộc tập số thực mở rộng (tức là bao gồm tập số thực và hai giá trị dương vô cùng và âm vô cùng).

Nếu $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \lim_{x \rightarrow c} g(x)$ hoặc $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \pm \lim_{x \rightarrow c} g(x) = \pm \infty$

Và giả sử $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$

Thì $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = L$

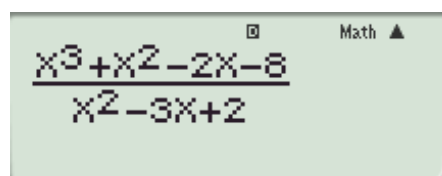
Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 - x^2 + x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x - 3}{3x^2 - 2x + 1} = \frac{1}{2}$

-Ứng dụng qui tắc này ta có thể nhẩm được nhanh rất nhiều câu chỉ trong vài giây tuy nhiên định lý này chỉ áp dụng cho 2 dạng vô định đó là $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$ áp dụng cho các dạng khác sẽ không cho kết quả đúng

VD $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + x^2 - 2x - 8}{x^2 - 3x + 2}$

Cách 1

B1 Nhập biểu thức vào máy tính



$$\frac{x^3 + x^2 - 2x - 8}{x^2 - 3x + 2}$$

B2 Bấm CALC và nhập 2+0,00000001 ta được kết quả là 14

$$\frac{x^3 + x^2 - 2x - 8}{x^2 - 3x + 2} \Big|_{x=2} = 14$$

Cách 2

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + x^2 - 2x - 8}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 2x - 2}{2x - 3} = \frac{3 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 - 2}{2 \cdot 2 - 3} = 14$

VD $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 + 4x - 3}{x^2 - 3x}$

Cách 1

B1 Nhập biểu thức vào máy tính

$$\frac{x^3 - 4x^2 + 4x - 3}{x^2 - 3x} \Big|_{x=3}$$

B2 Bấm CALC và nhập 3+0,00000001 ta được kết quả là 7/3

$$\frac{x^3 - 4x^2 + 4x - 3}{x^2 - 3x} \Big|_{x=3} = \frac{7}{3}$$

Cách 2

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 + 4x - 3}{x^2 - 3x} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 8x + 4}{2x - 3} = \frac{3 \cdot 3^2 - 8 \cdot 3 + 4}{2 \cdot 3 - 3} = \frac{7}{3}$

VD $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1}$

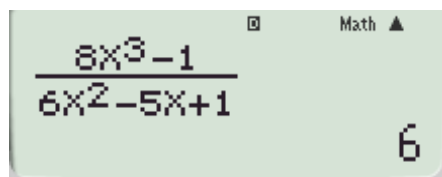
Cách 1

B1 Nhập biểu thức vào máy tính

$$\frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1} \Big|_{x=\frac{1}{2}}$$

B2

B2 Bấm CALC và nhập
 $0,5+0,00000001$ ta được kết quả là 6




$$\frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1} = 6$$

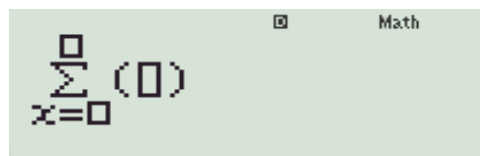
Cách 2

Ta có $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{24x^2}{12x - 5} = \frac{24 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2}{12 \cdot \frac{1}{2} - 5} = 6$

VD11 Tính tổng $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$

-Nhìn câu này nhiều bạn có thể nhận ra ngay đây là một cấp số nhân lùi vô hạn và việc tính tổng có thể dễ dàng nhờ vào công thức $S_n = \frac{u_1}{1 - q}$ tuy nhiên nếu không nhớ công thức ta vẫn có thể tính tổng dãy số nhờ vào máy tính bỏ túi.

-Chúng ta sẽ dùng phím Shift và ấn  và máy sẽ hiện tổng xích ma dùng cho việc tính tổng



$$\sum_{x=\square}^{\square} (\square)$$

-Muốn tính tổng trước tiên ta phải tìm được số hạng tổng quát của dãy số

$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ ta thấy rằng dãy số có công bội là $\frac{1}{2}$ vậy số hạng tổng quát có thể là

$$\frac{1}{2^n}$$

-Sau khi có được số hạng tổng quát ta bắt đầu tính tổng

B1 Nhập số hạng tổng quát vào ô ngoài cùng

$$\sum_{x=0}^{\square} \left(\frac{1}{2^x} \right)$$

B2 Nhập vào ô $x=\square$ giá trị khởi đầu của x ở đây là 0 vì $\frac{1}{2^0}=1$

$$\sum_{x=0}^{\square} \left(\frac{1}{2^x} \right)$$

B3 Nhập vào ô còn lại giá trị cuối cùng của n , vì n ở đây rất lớn nên ta mặc định coi là 100

$$\sum_{x=0}^{100} \left(\frac{1}{2^x} \right)$$

B4 Ấn '=' đợi 1 lúc ta thu được kết quả 2

$$\sum_{x=0}^{100} \left(\frac{1}{2^x} \right)$$

-Nhờ có công cụ xích ma ta có thể dễ dàng tính được tổng của dãy số mà không cần dùng công thức, tuy nhiên việc quan trọng nhất là ta phải tìm được số hạng tổng quát của dãy số, ứng dụng thành thạo ta có thể dễ dàng tính tổng cũng như tính nhưng lim

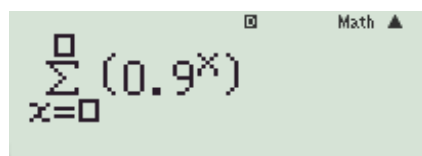
chứa dãy số là cấp số nhân cấp số cộng hay một dãy số bất kì.

VD Tính tổng $1+0,9+(0,9)^2+(0,9)^3+\dots$

B1 Tìm số hạng tổng quát của dãy số trên

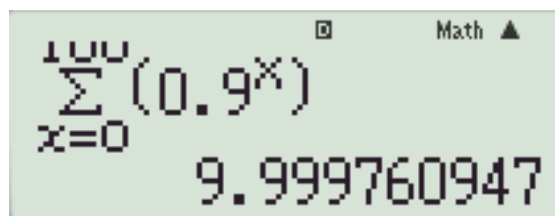
-Ta thấy qui luật là mỗi số hạng về sau đều nhân thêm 1 lần 0,9 vậy số hạng tổng quát có thể là $0,9^n$

B2 Nhập số hạng tổng quát vào ô ngoài cùng



$$\sum_{x=0}^{\square} (0.9^x)$$

B3 Cho x chạy từ x=0 (vì $x^0=1$) đến 100 như ta qui ước bên trên ta thu được kết quả là 9,999 tương đương kết quả là 10



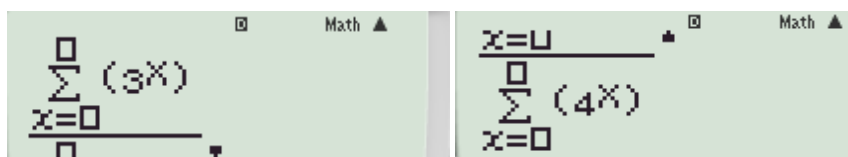
$$\sum_{x=0}^{100} (0.9^x) = 9.999760947$$

VD $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+3^2+\dots+3^n}{1+4+4^2+\dots+4^n}$

Phương pháp:

- Thứ nhất ở đây có 2 dãy tổng vì thế ta phải bấm 2 lần xich ma
- Thứ hai 2 dãy số này đều đa cho số hạng tổng là 4^n và 3^n vậy nên ta chỉ cần điền số hạng tổng quát vào xichs ma và cho x chạy từ x=0 đến 100 như trên

B1 nhập biểu thức



$$\frac{\sum_{x=0}^{\square} (3^x)}{\sum_{x=0}^{\square} (4^x)}$$

B2 cho x chạy từ 0 đến 100 ấn '='
ta thu được kết quả

(Có thể mất 1-2 phút). Kết quả thu
được 1 dãy số với mũ âm là
 $3,608.10^{-13}$ tương đương
0.000000000000003608 là 1 số rất
nhỏ nên đáp án là 0

$$\sum_{x=0}^{100} (4^x)$$

$$3.608102459 \times 10^{-13}$$

VD $\lim \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right)$

Phương pháp:

-Ta thấy dãy số trên đã cho số hạng tổng quát vì thế bài toán trở nên dễ
dàng hơn, ta chỉ cần nhập số hạng tổng quát vào xích ma và cho x chạy từ
1 (vì khi n=1 thay vào số hạng tổng quát ta được $\frac{1}{1.2}$ là số hạng đầu tiên)
đến 100

B1 Nhập biểu thức

$$\sum_{x=1}^{\square} \left(\frac{1}{x(x+1)} \right)$$

B2 Cho x chạy từ 1 đến 100 ấn
'=' ta được kết quả là 0.99 tương
đương kết quả là 1

$$\sum_{x=1}^{100} \left(\frac{1}{x(x+1)} \right)$$

$$0.9900990099$$

*Lưu ý: Đối với những bài tính tổng bằng xích ma như trên bạn cho n
càng lớn thì đáp án càng chính xác hơn nhưng nếu quá lớn thì máy sẽ
tính rất lâu hoặc bị tràn màn hình.

IV Bài tập áp dụng

Bài 1: Tìm giới hạn các dãy số sau

Câu 1: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 3n + 1}{3n - 2}$ ta được:

- A. $\frac{2}{3}$ B. 0 C. $+\infty$ D. 3

Câu 2: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^3 + n^2 - 3n + 1}{4n + 2}$ ta được:

- A. $-\infty$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $+\infty$ D. 0

Câu 3: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + n + 1}{2n^3 + 1}$ ta được:

- A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $+\infty$ D. 0

Câu 4: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^2 + 5n + 1}{2n^2 - n + 3}$ ta được:

- A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. 0 D. $+\infty$

Câu 5: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 - n^2 - 5}{2n^3 - 7n}$ ta được:

- A. 4 B. $\frac{1}{2}$ C. $+\infty$ D. $-\infty$

Câu 6: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - n + 3}{3n^2 + 2n + 1}$ ta được:

- A. $\frac{2}{3}$ B. 3 C. $-\frac{1}{2}$ D. 0

Câu 7: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 1}{n^3 + 4n^2 + 3}$ ta được:

- A. $-\infty$ B. 0 C. 2 D. $\frac{1}{3}$

Câu 11: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4 + n^2 - 3}{3n^3 - 2n^2 + 1}$ ta được:

Câu 9: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{(n+1)(2+n)(n^2+1)}$ ta được:

- A. 4 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $+\infty$

Câu 10: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 1}{2n^4 + n + 1}$ ta được:

- A. $\frac{1}{2}$ B. 0 C. $-\infty$ D. 1

Câu 12: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 1} + 2n - 1}{\sqrt{n^2 + 4n + 1} + n}$ ta được:

- A. 2 B. 4 C. $+\infty$ D. 0

Câu 13: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 3} + n - 4}{\sqrt{n^2 + 2} + n}$ ta được:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

Câu 14: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + \sqrt[3]{1+n^6}}{\sqrt{n^4 + 1} + n^2}$ ta được:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

Câu 15: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n\sqrt{n} + 1)(\sqrt{n} + 3)}{(n+1)(n+2)}$ ta được:

- A. $+\infty$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 2

Câu 8: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + 2n^2 + n}{n^3 + 4}$ ta được:

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $+\infty$ D. 3

4

Câu 16: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 - 4n} + \sqrt{4n^2 + 1}}{\sqrt{3n^2 + 1} + n}$ ta được:

- A. $\frac{3}{\sqrt{3}+1}$ B. $\frac{1}{\sqrt{3}+1}$ C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{4}{\sqrt{3}}$

Bài 2 Tính giới hạn các dãy số sau

Câu 1. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n+5}{n \cdot 3^n}$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. -1

Câu 2. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 - 2n - 1)$ bằng:

- A. 111
111
000 B. $+\infty$ C. $-\infty$ D. -1

Câu 3. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n - n^4}{n^2(2n^2 + 1)}$ bằng:

- A. -1 B. $+\infty$ C. $-\frac{1}{2}$ D. 0

Câu 4. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n + 1)$ bằng:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 5. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+1} - 5^n - 2}{6^n - 5^n}$ bằng :

- A. 1 B. $\frac{2}{5}$ C. 0 D. 0
,
6

Câu 6 Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{2n+2} - 4 \cdot 2^n}{9^{n+1} - 4^n}$ bằng:

- A. 1 B. $\frac{1}{3}$ C. -1 D. 0

Câu 7. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n - 5^n}{4^{n+2} - 3^{n-4}}$ bằng :

- A. $\frac{15}{6}$ B. $-\infty$ C. 7 D. 0

Câu 8. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 4\sin^3 n}{3n + 1}$ bằng:

- A. 1 B. $\frac{2}{3}$ C. $+\infty$ D. 0

Câu 9. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^n}{1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^n}$ bằng :

- A. $\frac{3}{5}$ B. $-\frac{1}{1}$ C. 2 D. 0

Câu 10. Đặt $S = 1 - \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \dots$ Giá trị của S bằng :

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

Bài 3 Tìm giới hạn các hàm số sau

Câu 1. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x^2 + 3x + 1} - 4}{x + 3}$ bằng:

- A. $\frac{-4 + \sqrt{15}}{5}$ B. 1 C. 0 D. 2

Câu 2. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ bằng :

A. 0

B. 1

C. $-\frac{1}{1}$

D. 2

Câu 3. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 5x + 6)(x^3 - 1)}{4 - x^2}$ bằng:

A. 0

B. $\frac{7}{4}$ C. $-\frac{7}{4}$ D. $\frac{1}{4}$

Câu 4. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 - 3x + 1}{4x - x^2}$ bằng:

A. $-\frac{3}{3}$

B. 5

C. $+\infty$ D. $-\infty$

Câu 5. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{3x^2 - x + 2} - 4}{2x + x^2}$

A. $-\frac{1}{8}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{13}{2}$ D. $\frac{13}{16}$

Câu 6. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5}}{16 - x^2}$

A. $-\frac{1}{48}$ B. $-\frac{5}{48}$ C. $\frac{2}{49}$ D. $\frac{5}{6}$

Câu 7. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{6+x} - \sqrt{4x-3}}$ bằng:

A. $-\frac{5}{5}$ B. $-\frac{5}{4}$ C. $-\frac{5}{6}$

D. -57

Câu 8. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 11x + 5}{\sqrt{4x+5} - x}$ bằng:

A. $-\frac{1}{8}$ B. $-\frac{1}{7}$ C. $-\frac{1}{5}$

D. -16

Câu 9. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 6} - 3x}{1 - x^3}$

A. $\frac{6}{7}$

B. $-\frac{7}{9}$

C. $\frac{7}{9}$

D. 1

Câu 10. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x + 4}}{x + 2}$

A. 3

B. -1

C. -2

D. -3

Phạm Minh Đức - H/s THPT Đồng Đa

Sđt: 01252344751